

# Fractions

| Compétences à acquérir                                                       | Auto-évaluation |
|------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| Déterminer une fraction d'aire d'unité                                       | ☆☆☆☆☆           |
| Déterminer une fraction de segment                                           | ☆☆☆☆☆           |
| Repérer des fractions sur une demi-droite graduée                            | ☆☆☆☆☆           |
| Additionner et soustraire des fractions                                      | ☆☆☆☆☆           |
| Ecrire une fraction comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 | ☆☆☆☆☆           |

## I. Fraction partage

### 1. Partage de l'unité


**Définition :**

Lorsqu'on partage une unité en **parts égales**, chaque part est une fraction de l'unité.


**Exemple :**

La bande ci-dessous représente l'unité. Elle est partagée en cinq parts de mêmes dimensions.



Chaque part représente un cinquième de la bande. On le note  $\frac{1}{5}$ .


**Définition :**

Lorsqu'on partage une unité en :

- 2 parts égales, on obtient des demis. On les note  $\frac{1}{2}$ .
- 3 parts égales, on obtient des tiers. On les note  $\frac{1}{3}$ .
- 4 parts égales, on obtient des quarts. On les note  $\frac{1}{4}$ .
- 5 parts égales, on obtient des cinquièmes. On les note  $\frac{1}{5}$ .
- 6 parts égales, on obtient des sixièmes. On les note  $\frac{1}{6}$ .
- 7 parts égales, on obtient des septièmes. On les note  $\frac{1}{7}$ .
- 8 parts égales, on obtient des huitièmes. On les note  $\frac{1}{8}$ .
- 9 parts égales, on obtient des neuvièmes. On les note  $\frac{1}{9}$ .
- 10 parts égales, on obtient des dixièmes. On les note  $\frac{1}{10}$ .
- 100 parts égales, on obtient des centièmes. On les note  $\frac{1}{100}$ .
- 1 000 parts égales, on obtient des millièmes. On les note  $\frac{1}{1000}$ .

### 2. Ecrire une fraction


**Règle :**

Une fraction s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{a}{b}$$

où **a et b** désignent deux nombres entiers, **b est non nul** (on ne peut pas **diviser** par zéro).  
Dans ce cas, on a partagé l'unité en **b parts** et on en a pris **a parts**.



### Exemples :

$\frac{3}{5}$  se lit « trois cinquièmes » : on a partagé l'unité en 5 parts égales et on a pris 3 parts.



$\frac{2}{3}$  se lit « deux tiers » : on a partagé l'unité en 3 parts égales et on a pris 2 parts.

$\frac{5}{2}$  se lit « cinq demis » : on a partagé l'unité en 2 parts égales et on a pris 5 parts.

$\frac{9}{4}$  se lit « neuf quarts ».  $\frac{9}{20}$  se lit « neuf vingtièmes ».



### Remarque :

Dans la vie de tous les jours, tu utilises les fractions, sans même le savoir ! Par exemple :

- En cuisine (un demi-litre de lait)
- Pour indiquer l'heure (deux heures trois quarts)
- Pour mesurer le temps (8 secondes et 3 dixièmes)

## 3. Vocabulaire spécifique



### Vocabulaire :

Dans la fraction  $\frac{a}{b}$  :

- a est appelé le **numérateur**
- b est appelé le **dénominateur**

## II. Repérer une fraction sur une demi-droite graduée



### Méthode :

Pour placer la fraction  $\frac{a}{b}$  sur une demi-droite graduée :

- On partage l'unité en  $b$  (en plaçant  $b - 1$  graduations dans l'unité)
- On place la fraction après  $a$  graduation



### Exercice :

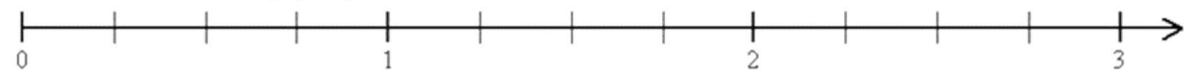
Placer sur la demi-droite graduée ci-dessous les fractions  $\frac{5}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{8}{4}$  et  $\frac{3}{2}$ .



### Correction :

Pour placer les fractions  $\frac{5}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$  et  $\frac{8}{4}$  on doit diviser l'unité en 4 parties égales.

On place ensuite les fractions  $\frac{5}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$  et  $\frac{8}{4}$  respectivement à 5, 3 et 8 graduations, en partant de 0.



Pour placer la fraction  $\frac{3}{2}$  on doit diviser l'unité en 2 parties égales. On remarque que deux graduations précédentes divisent l'unité en 2.

On place la fraction  $\frac{3}{2}$  à  $3 \times 2$  donc 6 graduations en partant de zéro.

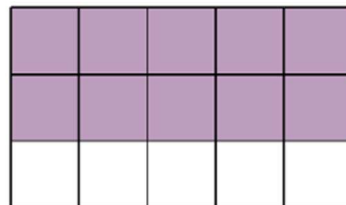
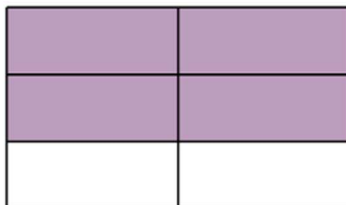
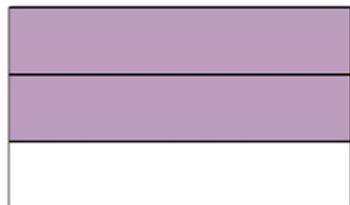
### III. Égalité de fractions



#### Exercice :

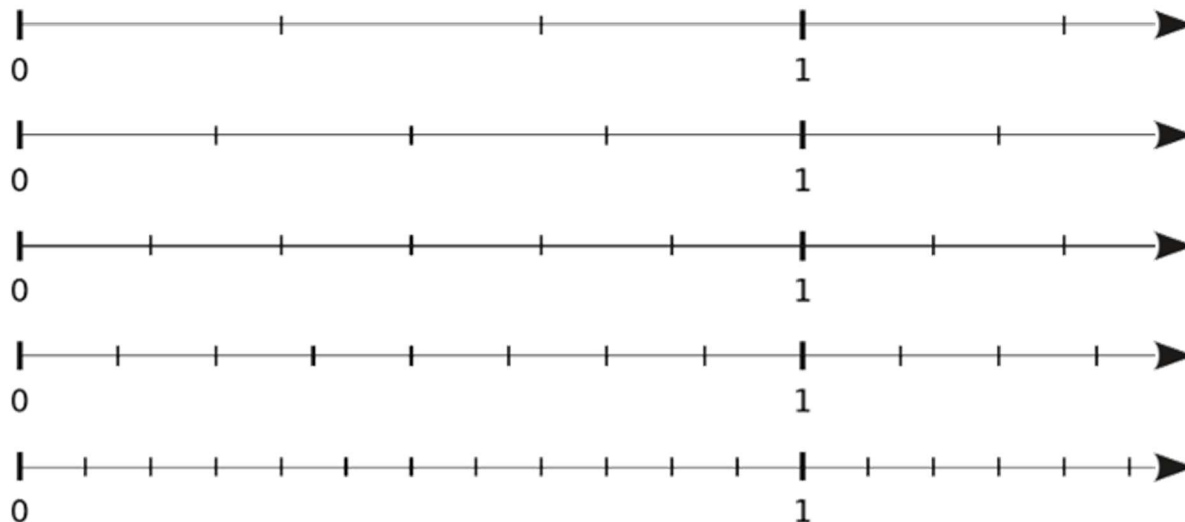
1°) On a représenté ci-dessous trois fois le même rectangle avec la même surface coloriée. Chacun d'entre eux a été partagé en parts égales de différentes façons.

a) En utilisant les trois rectangles, trouve trois fractions égales.



b) En imaginant d'autres partages, trouve d'autres fractions égales aux précédentes.

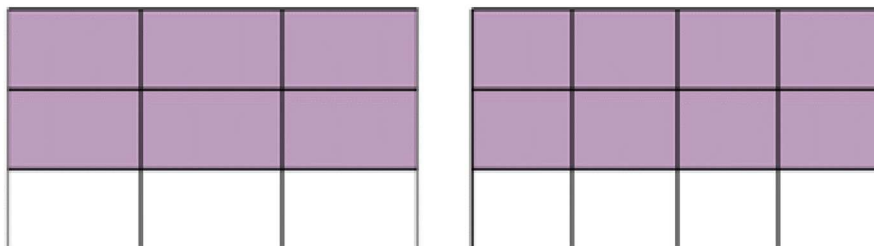
2°) En utilisant les demi-droites graduées ci-dessous, établis des égalités de fractions.



**Correction :**

1°) a)

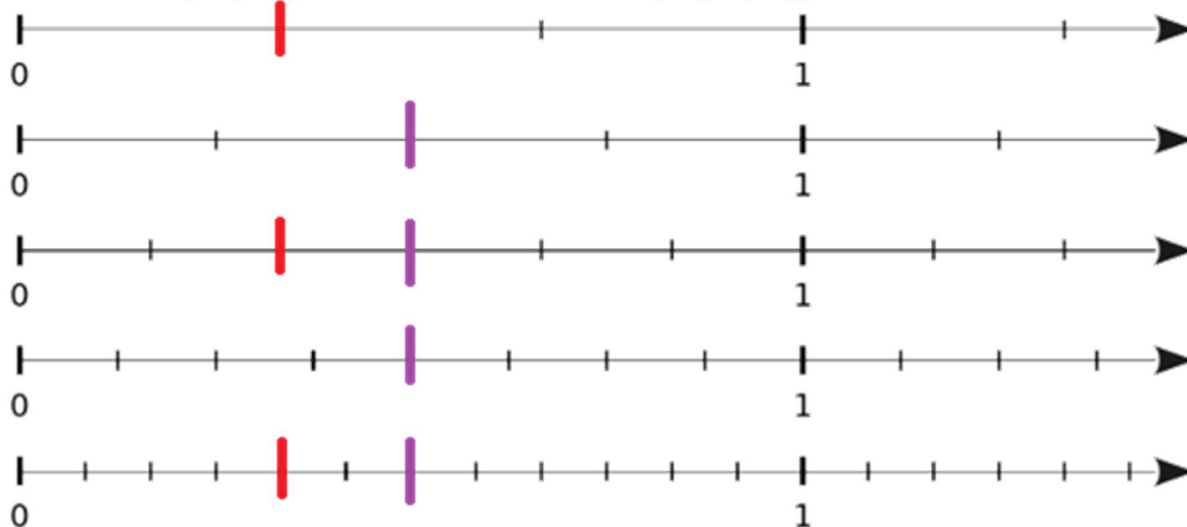
- Le premier rectangle est divisé en trois parties égales, dont deux sont coloriées. La fraction correspondant à l'aire coloriée est donc  $\frac{2}{3}$ .
- Le premier rectangle est divisé en six parties égales, dont quatre sont coloriées. La fraction correspondant à l'aire coloriée est donc  $\frac{4}{6}$ .
- Le troisième rectangle est divisé en quinze parties égales, dont dix sont coloriées. La fraction correspondant à l'aire coloriée est donc  $\frac{10}{15}$ .

On a ainsi  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{10}{15}$ .En découpant le rectangle colorié comme ci-dessous on trouve que les fractions  $\frac{6}{9}$  et  $\frac{8}{12}$  sont égales aux précédentes.

2°) Les cinq demi-droites données dans l'énoncé ont la même unité et seules les graduations changent :

- Les graduations de la première demi-droite représentent des tiers.
- Les graduations de la deuxième demi-droite représentent des quarts.
- Les graduations de la troisième demi-droite représentent des sixièmes.
- Les graduations de la quatrième demi-droite représentent des huitièmes.
- Les graduations de la cinquième demi-droite représentent des douzièmes.

Les abscisses qui se superposent correspondent à des fractions égales.

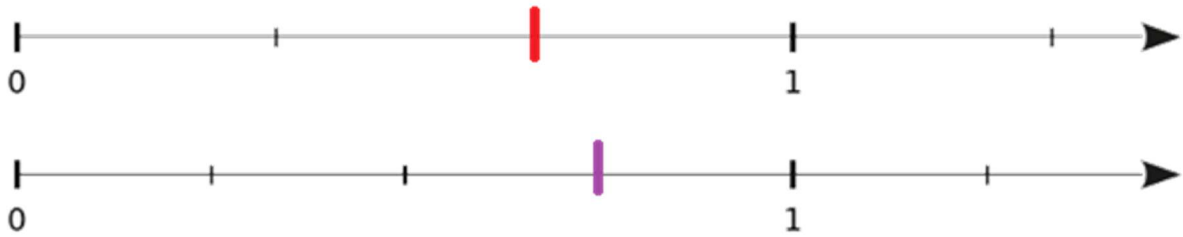
On a par exemple  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$  (graduations rouges) ou encore  $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12}$  (graduations violettes).**Propriété :**On ne change pas la valeur d'une fraction quand on **multiplie ou divise** son numérateur et son dénominateur **par un même nombre non nul**.On obtient une **écriture équivalente** du même nombre.**IV. Comparer deux fractions****Méthode :**

Pour comparer deux fractions, on peut utiliser une demi-droite graduée ou un schéma. On peut également écrire ses deux fractions sous une écriture équivalente ayant le même dénominateur.



### Exemples :

Pour comparer les fractions  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{3}{4}$ , on peut utiliser deux demi droites graduées (ou une seule) divisée en tiers et en quarts.



On remarque que  $\frac{3}{4}$  est plus à droite que  $\frac{2}{3}$  et donc on a  $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ .

Pour comparer les fractions  $\frac{6}{5}$  et  $\frac{11}{10}$ , on peut les écrire sous une écriture équivalente ayant le même dénominateur, ici 10.

On a  $\frac{6}{5} = \frac{6 \times 2}{5 \times 2} = \frac{12}{10}$ , et  $\frac{12}{10} > \frac{11}{10}$  donc  $\frac{6}{5} > \frac{11}{10}$ .

## V. Somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1



### Propriété :

Une fraction peut s'écrire :

- Soit sous la forme **d'un entier**
- Soit comme **la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1**.



### Exemples :

$$\frac{12}{3} = \frac{3 + 3 + 3 + 3}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} = 4$$

On peut remarquer que 12 est un multiple de 3, en effet :  $3 \times 4 = 12$ , ou encore  $12 \div 3 = 4$  donc  $\frac{12}{3} = \frac{4 \times 3}{3} = 4 \times \frac{3}{3} = 4$

$$\frac{7}{2} = \frac{2 + 2 + 2 + 1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$$

On peut remarquer, en posant la division euclidienne de 7 par 2 que  $7 = 3 \times 2 + 1$  donc

$$\frac{7}{2} = \frac{3 \times 2 + 1}{2} = 3 \times \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 3 \times 1 + \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$$



### Exercice :

Écrire les fractions suivantes sous la forme d'une somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.

$$\frac{10}{7}; \frac{25}{4}; \frac{12}{4}; \frac{43}{10}; \frac{72}{10}; \frac{47}{5}; \frac{35}{8}; \frac{8}{5}; \frac{20}{5}; \frac{276}{10}$$



### Correction :

$$\frac{10}{7} : \text{on a } 10 = 7 \times 1 + 3 \text{ donc } \frac{10}{7} = 1 + \frac{3}{7}$$

$$\frac{25}{4} : \text{on a } 25 = 4 \times 6 + 1 \text{ donc } \frac{25}{4} = 6 + \frac{1}{4}$$

$$\frac{12}{4} : \text{on a } 12 = 4 \times 3 + 0 \text{ donc } \frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{43}{10} : \text{on a } 43 = 10 \times 4 + 3 \text{ donc } \frac{43}{10} = 4 + \frac{3}{10}$$

$$\frac{72}{10} : \text{on a } 72 = 10 \times 7 + 2 \text{ donc } \frac{72}{10} = 7 + \frac{2}{10}$$

$$\frac{47}{5} : \text{on a } 47 = 5 \times 9 + 2 \text{ donc } \frac{47}{5} = 9 + \frac{2}{5}$$

$$\frac{35}{8} : \text{on a } 35 = 8 \times 4 + 3 \text{ donc } \frac{35}{8} = 4 + \frac{3}{8}$$

$$\frac{8}{5} : \text{on a } 8 = 5 \times 1 + 3 \text{ donc } \frac{8}{5} = 1 + \frac{3}{5}$$

$$\frac{20}{5} : \text{on a } 20 = 5 \times 4 + 0 \text{ donc } \frac{20}{5} = 4$$

$$\frac{276}{10} : \text{on a } 276 = 10 \times 27 + 6 \text{ donc } \frac{276}{10} = 27 + \frac{6}{10}$$

**Remarque :**

Lorsqu'une fraction peut s'écrire comme la somme d'un entier et d'une fraction non nulle (différente de 0) et inférieure à 1, on peut encadrer cette fraction par deux entiers consécutifs (qui se suivent).

**Exemple :**

$$\frac{7}{2} = 3 + \frac{1}{2} \text{ donc } \frac{7}{2} > 3 \text{ et } \frac{7}{2} < 4 \text{ soit } 3 < \frac{7}{2} < 4.$$

## VI. Opérations sur les fractions

### 1. Addition de fractions

**Propriété :**

$a, b$  et  $c$  désignent trois nombres entiers, avec  $c \neq 0$ .

On a :

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

**Exemples :**

$$\frac{4}{11} + \frac{3}{11} = \frac{4+3}{11} = \frac{7}{11}$$

$$\frac{11}{15} + \frac{13}{13} = \frac{11}{15+13} = \frac{11}{28}$$

$$\frac{37}{37} + \frac{37}{37} = \frac{37}{37} = \frac{28}{37}$$

**Méthode :**

Pour additionner deux fractions ayant des dénominateurs différents, on modifie l'écriture des fractions pour qu'elles aient le même dénominateur.

### 2. Soustraction de fractions

**Propriété :**

$a, b$  et  $c$  désignent trois nombres entiers, avec  $c \neq 0$ .

On a :

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

**Exemples :**

$$\frac{4}{11} - \frac{3}{11} = \frac{4-3}{11} = \frac{1}{11}$$

$$\frac{11}{15} - \frac{13}{13} = \frac{11}{15-13} = \frac{11}{2}$$

$$\frac{37}{37} - \frac{37}{37} = \frac{37}{37} = \frac{2}{37}$$

**Méthode :**

Pour soustraire deux fractions ayant des dénominateurs différents, on modifie l'écriture des fractions pour qu'elles aient le même dénominateur.

## VII. Multiplication d'une fraction par un entier

**Propriété :**

Déterminer une fraction d'une quantité revient à déterminer **le produit de cette quantité par cette fraction**.

**Exemples :**

- Prendre  $\frac{1}{3}$  de 15 L, c'est prendre  $\frac{1}{3} \times 15 = 1 \times 15 \div 3$ , c'est-à-dire 5L.
- Prendre  $\frac{2}{3}$  de 15 L, c'est prendre  $\frac{2}{3} \times 15 = 2 \times 15 \div 3$ , c'est-à-dire 10L.