

Périmètre et aire d'une figure

Compétences à acquérir	Auto-évaluation
Comparer des périmètres et des aires avec ou sans recours à la mesure	☆☆☆☆☆
Calculer le périmètre d'un polygone	☆☆☆☆☆
Connaitre les formules des périmètres des figures usuelles	☆☆☆☆☆
Différencier aire et périmètre	☆☆☆☆☆
Déterminer une aire à partir d'un pavage ou grâce à une formule	☆☆☆☆☆
Unités usuelles et leurs relations	☆☆☆☆☆



Petit point d'Histoire :

En 1795, on trouve plus de 700 unités de mesures différentes qui varient d'une ville à l'autre. Source d'erreurs et de fraudes lors du commerce, cette situation porte préjudice au développement des sciences. On tente de changer cela : l'idée est d'assurer l'invariabilité des mesures en les rapportant à un étalon universel emprunté à un phénomène naturel.

En 1791 naît le mètre (du grec metron, mesure), dont la longueur est établie comme égale au dix-millionième du quart du méridien terrestre. L'unité de mesure de base étant déterminée, il suffit désormais d'établir toutes les autres unités de mesure qui en découlent : le mètre carré et le mètre cube, le litre, le gramme.

Le système international des unités (SI) est officiellement né en 1960, il permet de rapporter toutes les unités de mesure à un petit nombre d'étalons.

I. Longueurs et périmètres

1. Unités de longueur



Définition :

Pour désigner les multiples ou les subdivisions des mesures, on utilise les préfixes :

Préfixe	Kilo	Hecto	Déca		Déci	Centi	Milli
Signification	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1\,000}$
Abréviation	k	h	da		d	c	m

Le tableau qu'on utilise pour les unités de mesure est le suivant :

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Pour convertir d'une unité à l'autre, on multiplie ou on divise par **10, 100, 1000, ...**



Astuce :

La phrase « Killian et Hector décampent en métro et décident de s'enfuir chez Émilie » permet de retenir ce tableau.



Exemple :

973,21 m = 973,21 dm = 973,21 hm = 973,21 mm

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	9	7	3	2	1	

2. Périmètre d'un polygone



Propriété :

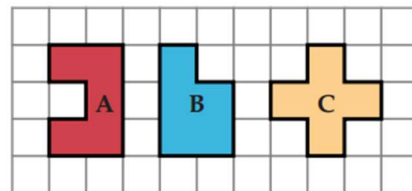
Pour calculer le périmètre d'un polygone, on **additionne la mesure de chacun des segments qui le composent**.



Exemples :

On choisit comme unité de longueur le côté d'un carreau :

- le périmètre de la figure A vaut 12 ;
- le périmètre de la figure B vaut 10
- le périmètre de la figure C vaut 12.



Remarque :

Le cercle n'est pas un polygone, on ne peut donc pas aussi facilement calculer son périmètre.

3. Périmètres usuels

Figure	Formules de périmètre	Exemple	Calculs
Carré : 	$\mathcal{P} = c + c + c + c$ $\mathcal{P} = 4 \times c$ $\mathcal{P} = 4c$		$\mathcal{P} = 2 + 2 + 2 + 2$ $\mathcal{P} = 4 \times 2$ $\mathcal{P} = 8 \text{ cm}$
Rectangle : 	$\mathcal{P} = L + l + L + l$ $\mathcal{P} = 2 \times (L + l)$ $\mathcal{P} = 2(L + l)$		$\mathcal{P} = 2(0,2 + 0,3)$ $\mathcal{P} = 2 \times 0,5$ $\mathcal{P} = 1 \text{ dm}$
Triangle : 	$\mathcal{P} = a + b + c$		$\mathcal{P} = 3,9 + 2,7 + 2,8$ $\mathcal{P} = 9,4 \text{ m}$
Disque : 	$\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r$ $\mathcal{P} = 2\pi r$ ou $\mathcal{P} = d \times \pi \times$ $\mathcal{P} = d\pi$		$\mathcal{P} = 2 \times \pi \times 1,2$ $\mathcal{P} \approx 2 \times 3,14 \times 1,2$ $\mathcal{P} \approx 7,54 \text{ cm}$

II. Surfaces et aires

1. Aire d'un polygone



Définition :

La surface d'une figure est la partie située **à l'intérieur de son contour**.
Sa mesure s'appelle **l'aire**, qui est **le nombre d'unités d'aire que la figure contient**.



Astuce :

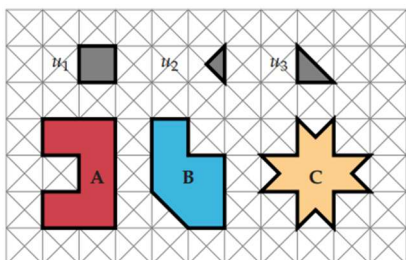
Lorsque l'on n'a pas une unité d'aire entière :

On prend une partie de l'unité d'aire : la moitié = $\frac{1}{2} = 0,5$; le quart = $\frac{1}{4} = 0,25$

On « découpe » une partie de la figure afin de la déplacer ailleurs pour former une unité d'aire.



Exercice :



Déterminer l'aire des figures ci-contre, en fonction des différentes unités d'aire choisies.

Unité	Figure A	Figure B	Figure C
u_1			
u_2			
u_3			



Correction :

Unité	Figure A	Figure B	Figure C
u_1	5	4,5	4
u_2	20	18	16
u_3	10	9	8



Définition :

Pour désigner une aire, on utilise **le mètre carré (m^2)** et ses multiples et sous-multiples.

Pour les mesures agraires, on utilise **l'are (a)** qui équivaut à **100 m^2** et **l'hectare (ha)** qui vaut **1 00 ares**, c'est-à-dire **10 000 m^2** :

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2

Pour convertir d'une unité à l'autre, on multiplie ou on divise par **100, 10 000, 1 000 000, ...**

2. Aires usuelles

Figure	Aires	Exemple	Calculs
Rectangle : 	$\mathcal{A} = l \times L$		$\mathcal{A} = l \times L$ $= 0,3 \times 0,2$ $= 0,06 \text{ dm}^2$
Carré : 	$\mathcal{A} = c \times c$ $= c^2$		$\mathcal{A} = c^2$ $= 2^2$ $= 4 \text{ cm}^2$

