

Proportionnalité

Compétences à acquérir	Auto-évaluation
Reconnaître une situation de proportionnalité	☆☆☆☆☆
Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité	☆☆☆☆☆
Partager une quantité en deux ou trois parts selon un ratio donné	☆☆☆☆☆



Définition :

Deux grandeurs sont dites **proportionnelles** si en **multipliant par un même nombre** les valeurs prises par l'une des grandeurs, on obtient les valeurs prises par **l'autre grandeur**.
On peut représenter ces grandeurs dans un **tableau**.

I. Procédures de proportionnalité

1. Tableau de proportionnalité



Définition :

Un **tableau** est dit « de proportionnalité » si pour **passer de la première ligne à la seconde**, on multiplie toujours par un même nombre appelé **coefficient de proportionnalité**.

$\times k$	Grandeur 1	...	...	...
	Grandeur 2	...	...	...

$\div k$



Exemples :

Le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité.

$\div 22$	Taille du fichier (en Mo)	110	242	154
	Durée du téléchargement (en s)	5	11	7

$\times 22$

Le tableau suivant n'est pas un tableau de proportionnalité.

Température en Celsius (°C)	0	5	10
Température en Fahrenheit (°F)	32	41	50

En effet :

Dans la première colonne pour passer de la deuxième ligne à la première, on multiplie par 0 : $0 \times 32 = 0$.

Dans la troisième colonne pour passer de la deuxième ligne à la première, on multiplie par $\frac{1}{5}$: $\frac{1}{5} \times 50 = 10$.



Remarque :

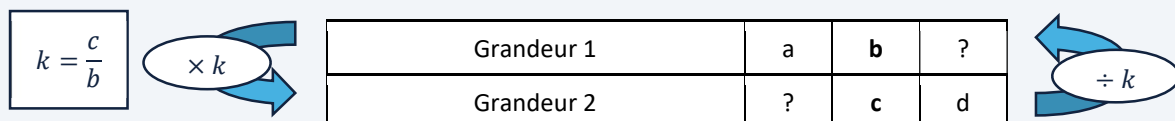
- Pour montrer qu'un **tableau est de proportionnalité**, il faut vérifier que le coefficient est le même pour **TOUTES LES COLONNES**.
- Pour montrer qu'un tableau n'est pas de proportionnalité, il suffit de trouver un coefficient différent pour **deux colonnes**.

2. Avec le coefficient de proportionnalité



Méthode :

- On détermine le coefficient de proportionnalité k à partir d'une colonne complète à l'aide d'une division.
- Dans la colonne à compléter, on multiplie ou on divise la valeur présente par k .

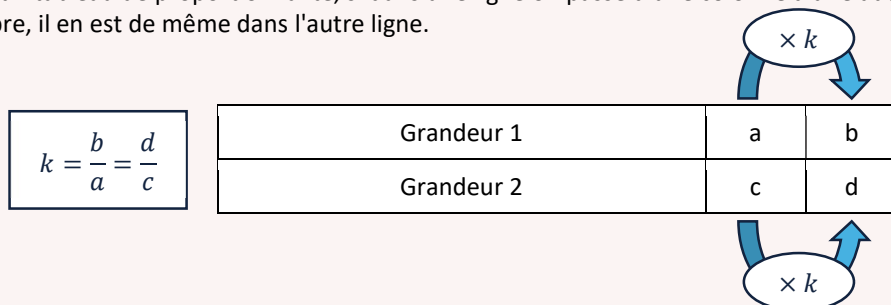


2. Par passage à l'unité



Règle : Linéarité multiplicative

Dans un tableau de proportionnalité, si dans une ligne on passe d'une colonne à une autre en multipliant par un nombre, il en est de même dans l'autre ligne.

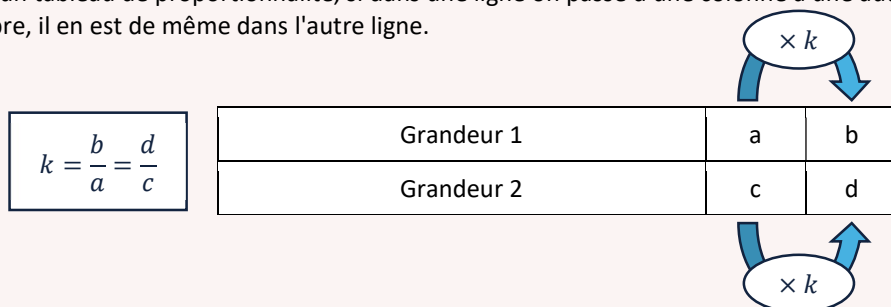


3. Par passage à l'unité



Règle : Linéarité multiplicative

Dans un tableau de proportionnalité, si dans une ligne on passe d'une colonne à une autre en multipliant par un nombre, il en est de même dans l'autre ligne.

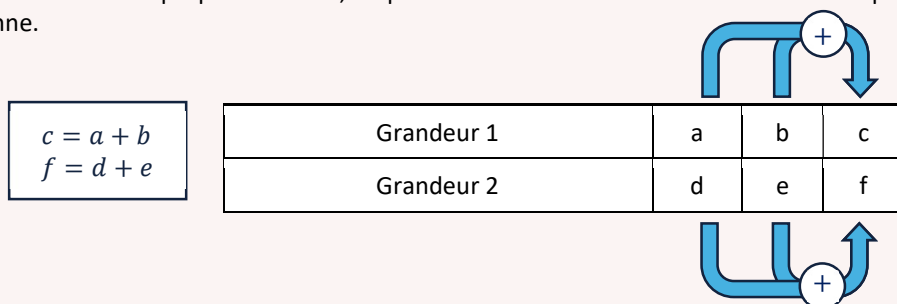


4. En utilisant les propriétés additives du tableau de proportionnalité



Règle : Linéarité additive

Dans un tableau de proportionnalité, on peut additionner ou soustraire des colonnes pour obtenir une nouvelle colonne.





Exercice :

Compléter le tableau de proportionnalité suivant à partir de la vidéo accessible en scannant le QR-Code.

Explique bien tes calculs.



	Chocolat Blanc	Beurre	Crème Liquide	Farine	Poudre d'Amandes	Sucre	Œufs
Quantités de la recette	200	120	50	120	50	150	6
Quantités utilisées							



Correction :

D'après la vidéo, 200g de farine ont été utilisées, immédiatement on trouve qu'il faut 200g de beurre.

On peut utiliser le coefficient de proportionnalité pour trouver la quantité de sucre :

$$120 \div 200 = 0,6$$

On passe donc de la deuxième à la première ligne en multipliant par 0,6. On passe de la première à la deuxième en divisant par 0,6.

$$150 \div 0,6 = 250$$

On a donc besoin de 250g de sucre.

De même, on peut trouver la quantité d'œufs nécessaires :

$$6 \div 0,6 = 10$$

On a donc besoin de 10 œufs.

(On pourrait compléter tout le tableau avec le coefficient de proportionnalité, mais on va utiliser les autres méthodes vues dans le cours)

÷ 0,6

	Chocolat Blanc	Beurre	Crème Liquide	Farine	Poudre d'Amandes	Sucre	Œufs
Quantités de la recette		120		120		150	6
Quantités utilisées		200		200		250	10

On peut utiliser la propriété de la linéarité multiplicative pour trouver la quantité de poudre d'amandes nécessaire :

$$150 \div 50 = 3$$

$$250 \div 3 \approx 83$$

On a donc besoin de 83g de poudre d'amande. De même, on a besoin de 83g de crème liquide.

÷ 3

	Chocolat Blanc	Beurre	Crème Liquide	Farine	Poudre d'Amandes	Sucre	Œufs
Quantités de la recette		120	50	120	50	150	6
Quantités utilisées		200	83	200	83	250	10

÷ 3

On peut utiliser la linéarité additive pour trouver la quantité de chocolat blanc nécessaire :

$$150 + 50 = 200 \text{ (la masse de sucre et de crème liquide donne celle du chocolat blanc)}$$

$$250 + 83 = 333$$

On a donc besoin de 333g de chocolat blanc.

	Chocolat Blanc	Beurre	Crème Liquide	Farine	Poudre d'Amandes	Sucre	Œufs
Quantités de la recette	200	120	50	120	50	150	6
Quantités utilisées	333	200	83	200	83	250	10

II. Applications de la proportionnalité

1. Les pourcentages



Définition :

Un pourcentage traduit une situation de proportionnalité. Appliquer un taux de $t\%$ à une quantité revient à multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.



Exemple :

Dans un magasin, les articles bénéficient d'une réduction de 6%. Voici un tableau (de proportionnalité) qui donne la réduction obtenue en fonction du prix de départ de l'article.

	Prix de départ de l'article (en €)	100	50		125	
	Réduction obtenue (en €)	6		1,5		15



Remarque :

Tout comme les fractions, les **pourcentages sont des nombres**.

On peut écrire, par exemple, $6\% = \frac{6}{100} = 0,06$

2. Les échelles



Définition :

L'échelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les distances sur le plan et les distances réelles, exprimées dans la même unité :

$$\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$$

En pratique, l'échelle d'une carte s'exprime sous la forme d'une fraction ayant pour numérateur 1.

2. Notion de ratio



Propriété :

On dit que deux nombres **a** et **b** sont dans le ratio 2 : 3 si

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$$

Ou encore, le tableau suivant est de proportionnalité :

a	b
2	3

On dit que trois nombres **a**, **b** et **c** sont dans le ratio 2 : 3 : 5 si

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$$

Ou encore, le tableau suivant est de proportionnalité :

a	b	c
2	3	5



Méthode : Partager une quantité selon un ratio donné

- On construit le tableau de proportionnalité comme dans la propriété ci-dessus
- On ajoute une autre colonne avec en première ligne la quantité donnée et en deuxième ligne la somme des nombres du ratio
- On complète le tableau de proportionnalité suivant (selon la méthode de son choix)



Exercice :

Trois amis se partagent 15€ selon le ratio 1 : 2 : 3. Calculer la somme qui revient à chacun des amis.

**Correction :**

On construit le tableau de proportionnalité suivant :

Argent reçu			
Ratio associé	1	2	3

On ajoute une colonne avec les 15€ et la somme des deux nombres du ratio, à savoir $2+3=6$:

Argent reçu				15
Ratio associé	1	2	3	6

On complète le tableau de proportionnalité et on obtient :

Argent reçu	2,5	5	7,5	15
Ratio associé	1	2	3	6