

La symétrie centrale

Compétences à acquérir	Auto-évaluation
Identifier une symétrie centrale ou axiale	☆☆☆☆☆
Comprendre les effets d'une symétrie centrale dans une figure	☆☆☆☆☆
Tracer le symétrique d'une figure par rapport à un point	☆☆☆☆☆

I. Symétrie axiale et médiatrice : rappels

1. Figures symétriques

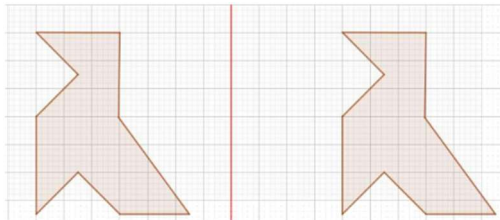


Définition :

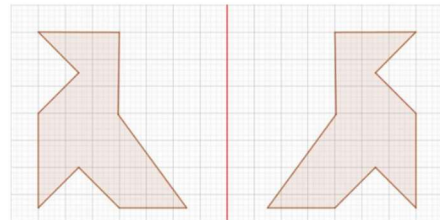
Deux figures sont symétriques par rapport à une droite (d) si elles sont **superposables par pliage** le long de cette droite. La droite (d) est appelée **axe de symétrie**.



Exemple :



Ces figures ne sont pas symétriques par rapport à la droite (d) en rouge.



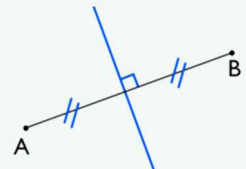
Ces figures sont symétriques par rapport à la droite (d) en rouge.

2. Médiatrice d'un segment



Définition :

La **médiatrice** d'un segment est la droite **perpendiculaire** à ce segment et qui **pass**e par le milieu de ce segment.



Propriétés :

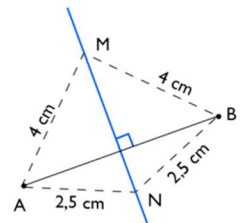
- Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors **ce point est situé à égale distance des extrémités de ce segment**.
- Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors **ce point appartient à la médiatrice de ce segment**.



Exemple :

La droite (MN) est la médiatrice du segment [AB]. En effet, les points M et N sont équidistants de A et de B.

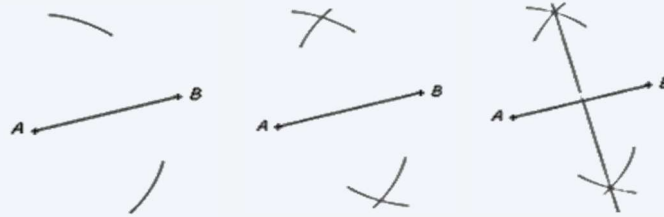
De même, n'importe quel point de la droite (MN) est également équidistant de A et de B.





Méthode : Tracer la médiatrice d'un segment.

- On pointe le compas à une des extrémités de ce segment et on choisit une ouverture supérieure à la moitié du segment. On trace un arc de cercle de part et d'autre du segment.
- On réitère l'opération avec la même ouverture mais sur l'autre extrémité.
- On trace la droite passant par les deux points formés par les points d'intersection des arcs de cercle



3. Symétrique d'un point



Définition :

Dire que deux points A et A' sont symétriques par rapport à une droite (d) signifie que la droite (d) est la **médiatrice du segment [AA']**.



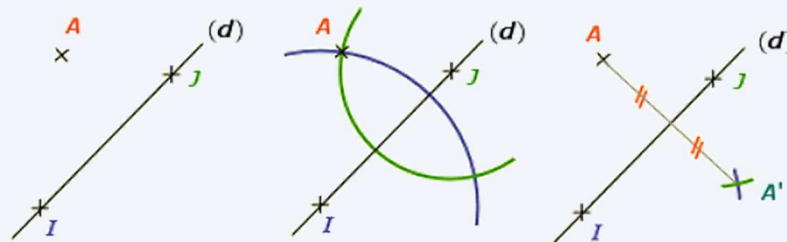
Remarque :

Si A appartient à la droite (d), il est alors son propre symétrique. On dit que A est invariant par la symétrie d'axe (d).



Méthode : Tracer le symétrique d'un point par rapport à une droite

- On place deux points sur la droite (d).
- On trace le cercle de centre I passant par A.
- On trace le cercle de centre J passant par A. A' est le point d'intersection des deux cercles.



4. Symétrie de figures usuelles



Propriétés :

- Le symétrique d'une droite par rapport à un axe est **une droite**
- Le symétrique d'un segment par rapport à un axe est **un segment de même longueur**.
- Le symétrique d'un cercle par rapport à un axe est un **un cercle de même rayon**
- La symétrie axiale conserve alors **l'alignement et les longueurs** et donc **les périmètres et les aires**. La symétrie axiale conserve également **les angles**.



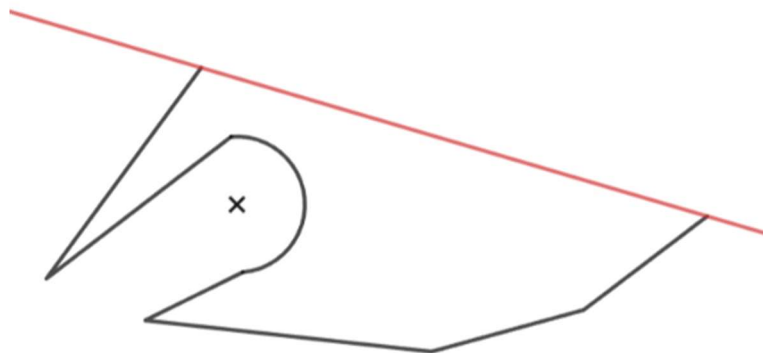
Remarque :

Pour tracer le symétrique d'une figure complexe par rapport à une droite (d), il suffit de tracer le symétrique des points utiles par rapport à la droite (d).



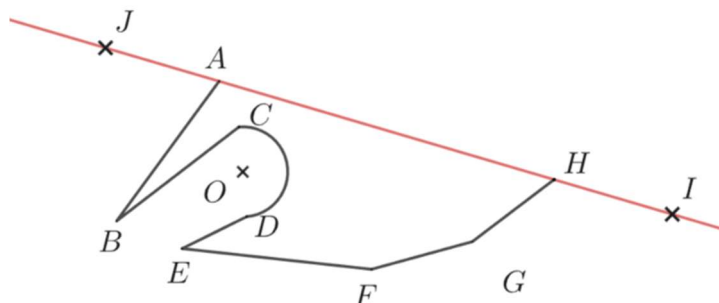
Exercice :

Trace le symétrique de la figure suivante par rapport à la droite rouge.

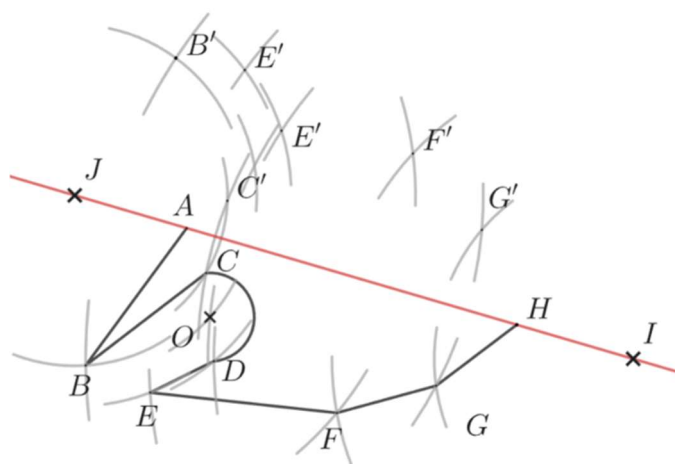


**Correction :**

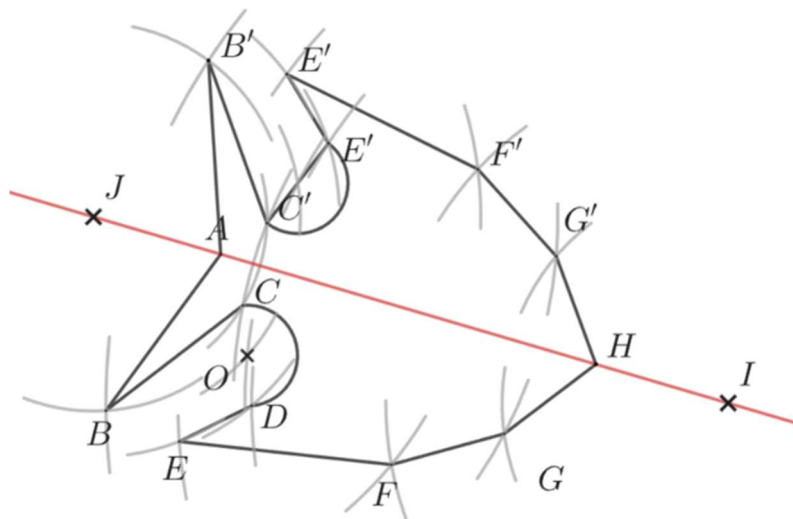
On commence par nommer les points de la figure et placer deux points sur l'axe de symétrie.



Ensuite, on utilise le compas pour trouver le symétrique de chacun des points de la figure (sauf A et H qui appartiennent à l'axe de symétrie et qui sont donc leur propre symétrique)



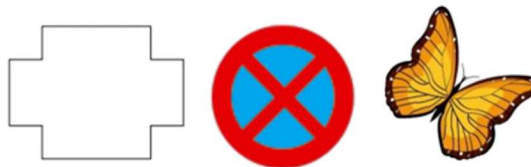
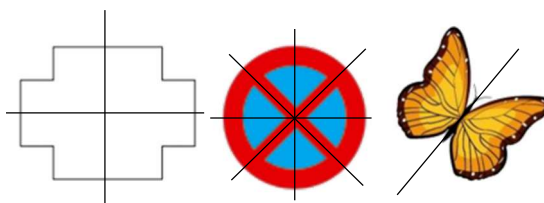
Enfin, on relie les symétriques dans le même ordre que la figure de base, et on trace le demi-cercle.

**5. Axes de symétrie****Définition :**

Un axe de symétrie d'une figure $\mathcal{F}$ est **une droite (d)** telle que la figure symétrique de $\mathcal{F}$ par rapport à **(d)** est la figure $\mathcal{F}$ elle-même.

**Exercice :**

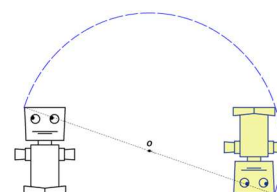
Trace le ou les axe(s) de symétrie des figures suivantes :

**Correction :****II. Symétrie centrale****1. Figures symétriques****Définition :**

Deux figures sont **symétriques par rapport à O** lorsque l'on passe de l'une à l'autre par **un demi-tour autour de O**. On dit aussi que les deux figures sont l'**image** l'une de l'autre.

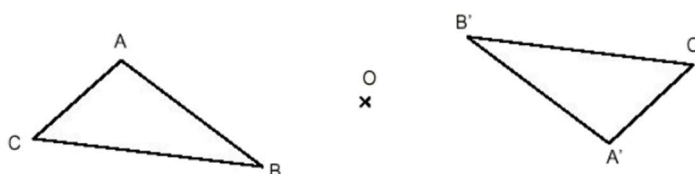
**Exemple :**

Les deux robots ci-contre sont images l'un de l'autre par rapport à la symétrie de centre O.

**2. Symétrique d'un point par rapport à un point****Exercice :**

Trace et mesure les segments $[OA]$ et $[OA']$, $[OB]$ et $[OB']$ puis $[OC]$ et $[OC']$. Que constates-tu ?

Que peut-on dire du point O par rapport aux segments $[AA']$, $[BB']$ et $[CC']$?

**Correction :**

Les segments $[OA]$ et $[OA']$ ont la même mesure, de même que les segments $[OB]$ et $[OB']$, $[OC]$ et $[OC']$. On a $OA=OA'$, $OB=OB'$ et $OC=OC'$.

On remarque que les points A, O, A' sont alignés, de même que les points B, O et B' et C, O et C'.

On peut donc affirmer que O est le milieu des segments $[AA']$, $[BB']$ et $[CC']$.

**Définition :**

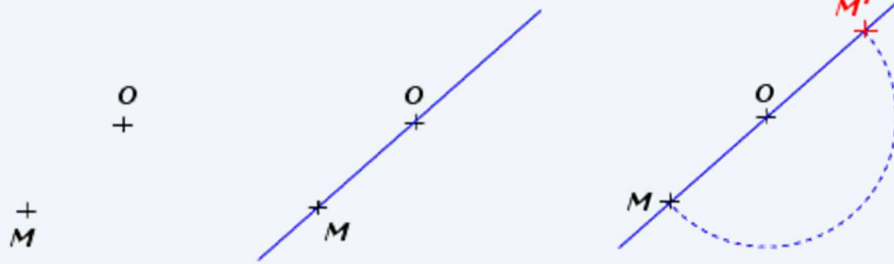
Deux points sont **symétriques par rapport à un point O** si O est le **milieu du segment formé par ces deux points**. Dans ce cas, on parle de **symétrie centrale**, de centre O.

O est le **centre de symétrie**.



Méthode : Tracer le symétrique d'un point M par rapport à un point O

- On trace la droite (OM).
- On pointe le compas en O et on trace un cercle de rayon OM.
- Le cercle coupe la droite (OM) en M', le symétrique de M par rapport à O.



Remarque :

Pour tracer le symétrique d'une figure complexe par rapport à un point O, il suffit de tracer le symétrique des points utiles par rapport au point O.

3. Propriétés de la symétrie centrale



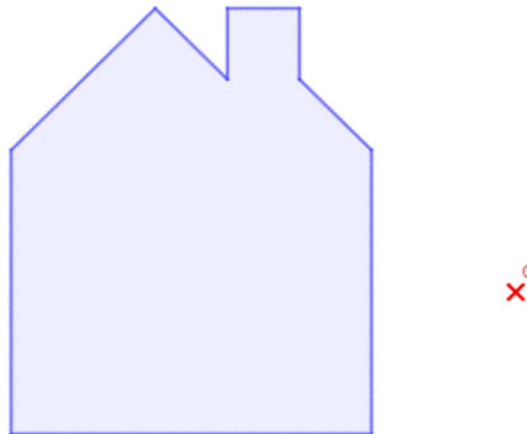
Propriétés :

- Le symétrique d'un segment par rapport à un point est **un segment de même longueur**.
- Le symétrique d'un cercle par rapport à un point est **un cercle de même rayon**
- Le symétrique d'une droite par rapport à un point est **une droite parallèle**
- La symétrie centrale conserve alors **l'alignement, les distances et donc les périmètres et les aires**. La symétrie axiale conserve également **les angles**.



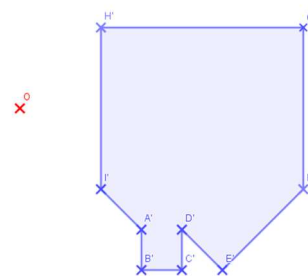
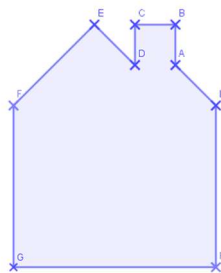
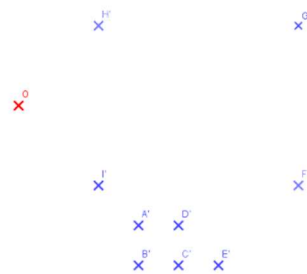
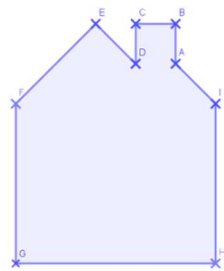
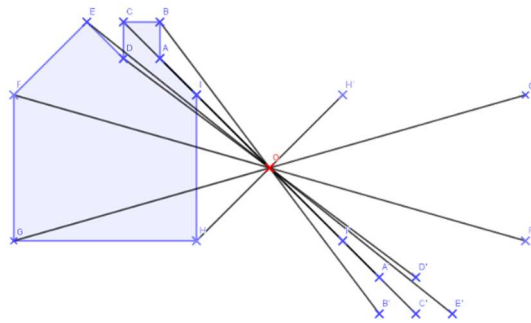
Exercice :

Trace le symétrique de la figure suivante par rapport au point O.



**Correction :**

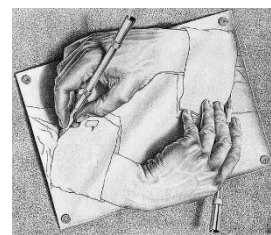
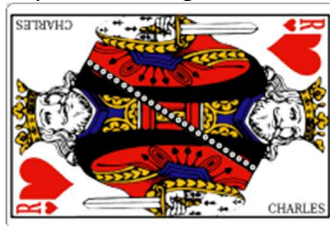
On trace d'abord le symétrique de tous les points constituant la figure :
Ensuite on relie ces points :

**4. Centre de symétrie****Définition :**

Dire qu'un point est un centre de symétrie d'une figure signifie que la figure et son symétrique par rapport à ce point **sont confondus**.

**Exercice :**

Trace le centre de symétrie des figures suivantes :





Correction :

