

Les triangles

Compétences à acquérir	Auto-évaluation
Inégalité triangulaire	☆☆☆☆☆
Mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure	☆☆☆☆☆

I. Rappels



Définition :

Un **triangle** est un **polygone à trois côtés**.



Vocabulaire :

Dans le triangle ABC :

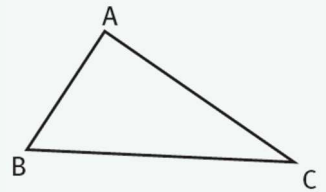
Les points A, B et C sont les **sommets**.

Les segments [AB], [BC], [AC] sont les **côtés**.

L'**angle $\widehat{ABC}$** aussi nommé **$\widehat{CBA}$** est l'angle compris entre les côtés [AB] et [BC].

Le point C est le **sommet opposé** au côté [AB].

Le côté [AC] est le **côté opposé** au sommet B.



II. Construction d'un triangle

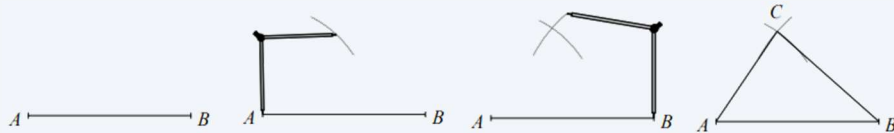
Pour construire un triangle, on n'a pas besoin de toutes ses mesures (longueurs des trois côtés, mesures des trois angles). Il existe plusieurs méthodes de construction.

1. Avec les trois longueurs du triangle



Méthode : Tracer un triangle ABC dont on connaît les trois longueurs

- On trace [AB].
- On pointe le compas en A et on trace un arc de cercle de rayon AC.
- On pointe le compas en B et on trace un arc de cercle de rayon BC.
- On nomme C le point d'intersection des deux arcs de cercles tracés.



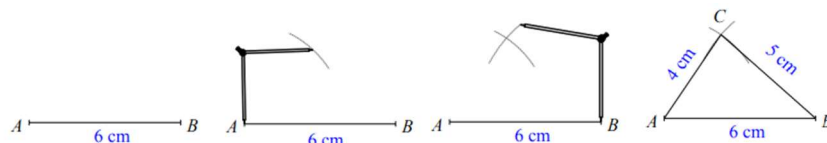
Exercice :

Tracer un triangle ABC tel que AB = 6 cm, BC = 5 cm et AC = 4 cm.



Correction :

- On trace [AB] de longueur 6 cm.
- On pointe le compas en A et on trace un arc de cercle de rayon 4 cm.
- On pointe le compas en B et on trace un arc de cercle de rayon 5 cm.
- On nomme C le point d'intersection des deux arcs de cercles tracés.

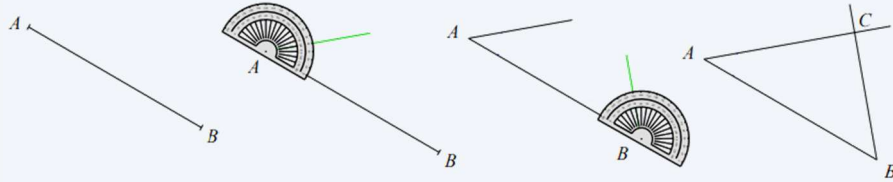


2. Avec la longueur d'un côté et la mesure de ses angles adjacents



Méthode : Tracer un triangle ABC dont on connaît AB et les angles $\hat{A}$ et $\hat{B}$.

- On trace [AB]
- On place le rapporteur en A et on reporte l'angle $\hat{A}$.
- On place le rapporteur en B et on reporte l'angle $\hat{B}$.
- On prolonge les tracés et on nomme C le point d'intersection des deux demi droites tracées.



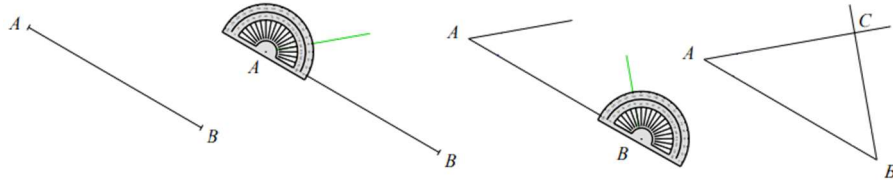
Exercice :

Tracer un triangle ABC tel que $AB = 5 \text{ cm}$, $\hat{A} = 40^\circ$ et $\hat{B} = 50^\circ$.



Correction :

- On trace [AB] de longueur 5 cm.
- On place le rapporteur en A et on trace un angle de 40° .
- On place le rapporteur en B et on trace un angle de 50° .
- On termine le tracé et on nomme C le point d'intersection obtenu.

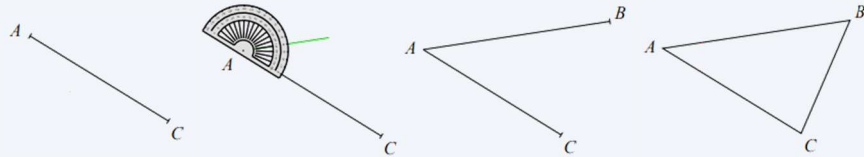


3. Avec la mesure d'un angle et la longueur des ses côtés adjacents



Méthode : Tracer un triangle ABC donc on connaît l'angle $\hat{A}$ et AB et AC.

- On trace [AC].
- On place le rapporteur en A et on reporte l'angle $\hat{A}$.
- On trace [AB] sur la demi-droite tracée.
- On relie les points B et C.



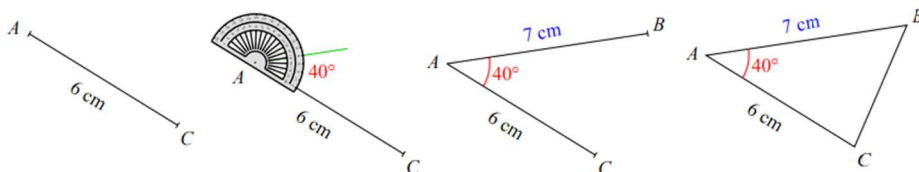
Exercice :

Tracer un triangle ABC tel que $\hat{A} = 40^\circ$, $AB = 7 \text{ cm}$ et $AC = 6 \text{ cm}$.



Correction :

- On trace [AC] de longueur 6 cm.
- On place le rapporteur en A et on trace un angle de 40° .
- On trace [AB] de longueur 7 cm sur la demi-droite tracée.
- On relie les points B et C.

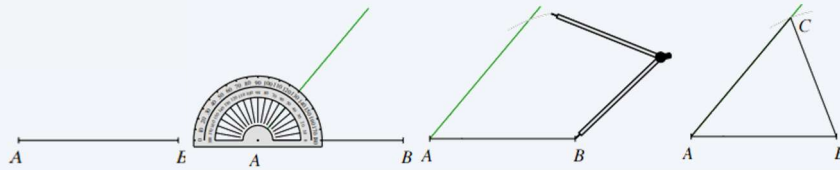


4. Avec la mesure d'un angle et la longueur de deux côtés non adjacents



Méthode : Tracer un triangle ABC donc on connaît l'angle $\hat{A}$ et AB et BC.

- On trace [AB].
- On place le rapporteur en A et on reporte l'angle $\hat{A}$.
- On pointe le compas en B et on trace un arc de cercle de rayon BC.
- On place C à l'intersection de la demi-droite et de l'arc de cercle.



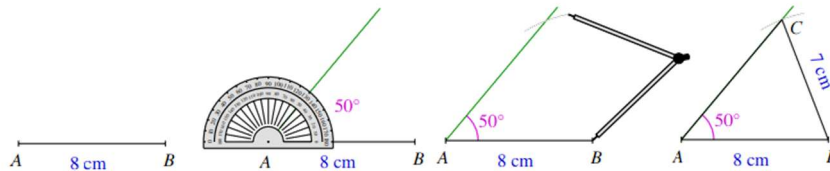
Exercice :

Tracer un triangle ABC tel que $\hat{A} = 50^\circ$, AB = 8 cm et BC = 7 cm.



Correction :

- On trace [AB] de longueur 8 cm
- On place le rapporteur en A et on trace un angle de 50° .
- On pointe le compas en B et on trace un arc de cercle de rayon 7 cm
- On nomme C le point d'intersection du côté de l'angle et de l'arc de cercle tracés



Remarque :

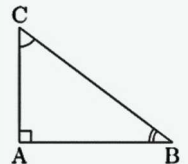
Il est toujours utile de faire une **construction à la main** avant de se lancer dans les tracés de la figure.

III. Triangles particuliers



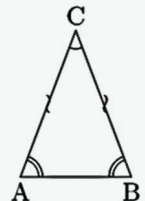
Définition :

Un triangle **rectangle** est un triangle qui possède un angle droit.
Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'**hypoténuse**



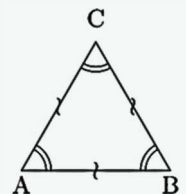
Définition :

Un triangle **isocèle** est un triangle qui possède deux côtés de même longueur.
Le sommet situé entre ces deux côtés de même longueur est appelé **sommet principal** et son côté opposé la **base**.
Les angles situés à la base sont de même mesure.



Définition :

Un triangle **équilatéral** est un triangle qui possède ses trois côtés de même longueur.
Les angles d'un triangle équilatéral sont de même mesure.

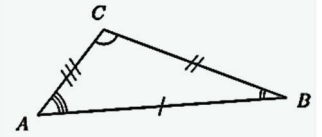


**Remarque :**

Un triangle équilatéral est un triangle isocèle particulier.

**Définition :**

Un triangle **quelconque (ou scalène)** est un triangle qui possède ses trois côtés de longueurs différentes.



IV. Inégalité triangulaire

**Propriété :**

Si un triangle est constructible (s'il peut être tracé), Alors **la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des deux autres** (ou égale dans le cas des triangles plats).

**Exemple :**

Dans un triangle ABC, les longueurs de ses côtés vérifient les inégalités suivantes :

$$AB \leq AC + BC$$

$$AC \leq AB + BC$$

$$BC \leq AB + AC$$

**Propriété (réciproque) :**

S'il existe trois longueurs a, b et c telles que :

$$a \leq b + c$$

$$b \leq a + c$$

$$c \leq a + b$$

Alors il existe un triangle dont les côtés ont pour longueur a, b et c.

**Propriété (contraposée) :**

S'il existe trois longueurs a, b et c telles que :

$$a > b + c$$

$$\text{ou } b > a + c$$

$$\text{ou } c > a + b$$

Alors il n'existe pas de triangle dont les côtés ont pour longueur a, b et c.

**Remarque :**

En réalité, il suffit de vérifier si la plus grande longueur est inférieure à la somme des deux autres longueurs.

**Exercice :**

Sans rien tracer, dire si on peut construire le triangle ABC suivant :

1) AB = 6 cm, AC = 4 cm et BC = 5 cm.

2) AB = 4 cm, AC = 8 cm et BC = 3 cm.

3) AB = 2 cm, AC = 3 cm et BC = 5 cm.

**Correction :**

1) La plus grande longueur est $AB = 6$ cm.

La somme des deux autres longueurs est : $AC + BC = 4 + 5 = 9$ cm.

Donc $AB < AC + BC$.

La plus grande longueur est inférieure à la somme de deux autres longueurs donc on peut construire le triangle ABC.

2) La plus grande longueur est $AC = 8$ cm.

La somme des deux autres longueurs est : $AB + BC = 4 + 3 = 7$ cm.

Donc $AC > AB + BC$.

La plus grande longueur est supérieure à la somme des deux autres, donc on ne peut pas construire le triangle ABC.

3) La plus grande longueur est $BC = 5$ cm.

La somme des deux autres est : $AB + AC = 2 + 3 = 5$ cm.

Donc $BC = AB + AC$.

La plus grande longueur est égale à la somme des deux autres longueurs, donc on peut construire le triangle ABC qui est aplati.