

Calcul littéral (partie 1)

Compétences à acquérir	Auto-évaluation
Produire une expression littérale	☆☆☆☆☆
Calculer une expression littérale pour certaines valeurs	☆☆☆☆☆
Tester une égalité	☆☆☆☆☆

I. Expressions littérales



Définition :

Une **expression littérale** est constituée de **nombres** et d'une ou plusieurs **lettres**. Ces lettres désignent des **nombres**.

Une même lettre désigne toujours **un même nombre** dans une expression littérale donnée.

1. Formules de périmètre, d'aire et de volume



Exercice :

- 1) Quelle est la formule du périmètre d'un carré de côté c ?
- 2) On considère un carré de côté 5 cm, quel est son périmètre ?
- 3) Si un carré a un périmètre de 10 cm, quelle est la longueur de ses côtés ?



Correction :

- 1) Le périmètre d'un carré de côté c est $4c$.
- 2) Le périmètre d'un carré de côté 5cm est de $4 \times 5 = 20\text{cm}$.
- 3) La longueur d'un carré de périmètre 10cm est de $\frac{10}{4} = 2,5$ cm.

2. Programmes de calcul



Exercice :

On considère le programme de calcul suivant :

- 1) Vérifier qu'en choisissant 1 au départ, on obtient 16 à la fin.
- 2) Qu'obtient-on en choisissant 3 au départ ?
- 3) Si on appelle a le nombre choisi au départ, quelle expression obtient-on à l'issue du programme ?

- Choisir un nombre
- Ajouter 5
- Multiplier le résultat par 3
- Soustraire le double du nombre de départ.

**Correction :**

1) En choisissant 1 comme nombre de départ, on obtient :

- 1
- $1 + 5 = 6$
- $6 \times 3 = 18$
- $18 - (2 \times 1) = 16$

On obtient donc bien 16 à la fin.

2) En choisissant 3 comme nombre de départ, on obtient :

- 3
- $3 + 5 = 8$
- $8 \times 3 = 24$
- $24 - (2 \times 3) = 18$

On obtient donc 18 à la fin en prenant 3 au début.

3) En choisissant a comme nombre de départ, on obtient :

- a
- $a + 5$
- $(a + 5) \times 3$
- $3 \times (a + 5) - (2 \times a)$

On obtient donc bien $3 \times (a + 5) - 2a$ à la fin.

3. Dans les autres disciplines**Exercice :**

En physique, pour calculer la vitesse d'un objet en mouvement on utilise la formule $v = \frac{d}{t}$.

- 1) Une cycliste a parcouru 75 km en 3h. Quelle est sa vitesse en km/h ?
- 2) Un cycliste a roulé pendant 4h à 20 km/h. Combien de km a-t-il parcouru ?

**Correction :**

1) En remplaçant dans la formule $v = \frac{d}{t}$ les valeurs connues, on obtient :

$$v = \frac{75}{3} = 25 \text{ km/h}$$

La vitesse de la cycliste est donc de 25 km/h.

2) En remplaçant dans la formule $v = \frac{d}{t}$ les valeurs connues, on obtient :

$$20 = \frac{d}{4} \Rightarrow d = 20 \times 4 = 80 \text{ km}$$

La distance parcourue par le cycliste est donc de 80 km.

II. Réduire une expression**Définition :**

Réduire une expression littérale c'est l'écrire sous la forme d'une somme ayant le moins de termes possible. Pour cela, on regroupe ensemble les **termes de la même forme**.

**Remarque :**

Dans une suite d'additions on peut changer l'ordre des termes.

**Exercice :**

Réduire les expressions suivantes.

$$E = 3 \times a + 7 + 8 \times a - 11$$

$$F = -9 \times b - 4 + 2 \times b - 17$$

**Correction :**

$$E = 3 \times a + 7 + 8 \times a - 11$$

$$E = 3 \times a + 7 + 8 \times a - 11$$

$$E = 3 \times a + 8 \times a + 7 - 11$$

$$E = 11 \times a - 4$$

$$F = -9 \times b - 4 + 2 \times b - 17$$

$$F = -9 \times b - 4 + 2 \times b - 17$$

$$F = -9 \times b + 2 \times b - 4 - 17$$

$$F = -7 \times b - 21$$

III. Simplifier une expression**Règles :** Simplification d'expressions

- On peut ne pas écrire le signe $\times$ lorsqu'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse.
- On peut simplifier l'écriture d'un produit qui fait intervenir le même nombre grâce à la notation puissance.

**Exemples :**

L'expression $5 \times a$ peut s'écrire plus simplement $5a$.

L'expression $2 \times (3b + 7)$ peut s'écrire plus simplement $2(3b + 7)$.

L'expression $a \times a$ peut s'écrire a^2 et se lit « a au carré ».

L'expression $b \times b \times b$ peut s'écrire b^3 et se lit « b au cube ».

L'expression $c \times c \times c \times c$ peut s'écrire c^4 et se lit « c à la puissance 4 ».

IV. Tester l'égalité d'expressions littérales**Définition :**

Une **égalité** est constituée de **deux membres séparés par un signe « = »**.

Une égalité est **vraie** si les deux membres représentent le **même nombre, sinon elle est fausse**.

**Exemples :**

$4 \times 10 = 100 - 60$ est une égalité vraie car $4 \times 10 = 40$ et $100 - 60 = 40$

$4 \times 10 = 40 + 3$ est une égalité fausse car $4 \times 10 = 40$ et $40 + 3 = 43$

**Remarque :**

Dans une égalité, on a souvent des expressions littérales. Ce type d'égalité peut être vraie pour certaines valeurs affectées aux lettres et fausse pour d'autres.

**Méthode :** Tester une égalité d'expressions littérales :

- On calcule séparément les deux membres de l'égalité pour la valeur de lettre donnée.
- On compare les deux résultats obtenus.
- Si les deux résultats sont égaux, alors l'égalité est vérifiée pour la valeur de lettre donnée. Sinon, elle est fausse.

**Exercice :**

Que peut-on dire de l'égalité $4 \times a + 4 = 32$ en prenant 3 comme valeur de a ?

Que peut-on dire de l'égalité $4 \times a + 4 = 8 \times a$ en prenant 1 comme valeur de a ?

Que peut-on dire de l'égalité $4 \times a + 4 = 8 \times a$ en prenant 2 comme valeur de a ?

**Correction :**

En remplaçant dans l'égalité $4 \times a + 4 = 32$ a par 3, on obtient :

$$4 \times a + 4 = 4 \times 3 + 4 = 16$$

Or $16 \neq 32$ donc l'égalité $4 \times a + 4 = 32$ est fausse pour $a = 3$.

En remplaçant dans l'égalité $4 \times a + 4 = 8a$ a par 1, on obtient :

$$4 \times a + 4 = 4 \times 1 + 4 = 4 + 4 = 8 \text{ et } 8a = 8 \times 1 = 8$$

Donc l'égalité $4 \times a + 4 = 8a$ est vraie pour $a = 1$.

En remplaçant dans l'égalité $4 \times a + 4 = 8a$ a par 2, on obtient :

$$4 \times a + 4 = 4 \times 2 + 4 = 8 + 4 = 12 \text{ et } 8a = 8 \times 2 = 16$$

Or $12 \neq 16$ donc l'égalité $4 \times a + 4 = 8a$ est fausse pour $a = 2$.