

Equations, problèmes

Compétences à acquérir	Auto-évaluation
Résoudre algébriquement différents types d'équations (du premier degré, produit nul, de la forme $x^2 = a$)	☆☆☆☆☆
Résoudre des problèmes en utilisant le calcul littéral, qui peuvent être internes aux mathématiques ou en lien avec d'autres disciplines	☆☆☆☆☆

I. Rappels sur les équations du premier degré

1. Notion d'équation

**Définitions :**

Une équation est une dans laquelle figurent un ou plusieurs désignés le plus souvent par

Si a , b , c et d désignent des nombres connus et x désigne une inconnue, une équation du premier degré à une inconnue est une égalité pouvant s'écrire sous la forme $ax + b = cx + d$.

**Exemple :**

L'égalité $5x + 23 = -3x + 7$ est une équation du premier degré à une inconnue.

L'égalité $x^2 - 3x + y + 7 = 5x - 3y$ n'est pas une équation du premier degré à une inconnue

L'égalité $3 = x$ est une équation du premier degré à une inconnue.

**Définitions :**

Une solution d'une équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle

Résoudre une équation c'est trouver, si elles existent, ...

2. Égalités et opérations

**Propriétés :**

· Une égalité reste vraie lorsqu'on Autrement dit, pour tous nombres a , b et k :

$$..... a = b a + k = b + k a - k = b - k$$

· Une égalité reste vraie lorsqu'on Autrement dit, pour tous nombres a , b et $k \neq 0$:

$$..... a = b \frac{a}{k} = \frac{b}{k} a \times k = b \times k$$

3. Résoudre une équation du premier degré



Méthode : Pour résoudre une équation du premier degré d'inconnue x :

· On applique la première propriété vue en 2 pour regrouper tous les termes « en x » dans un membre de l'équation, et tous les termes « sans x » dans l'autre.

· On applique la deuxième propriété vue en 2 pour se retrouver avec une équation du type « $x = \dots$ » : on a trouvé la solution

· On vérifie que l'on n'a pas fait d'erreur en testant l'équation de départ avec la solution trouvée.



Exercice : Résoudre l'équation $5x + 23 = -3x + 7$

II. Résoudre une équation produit nul



Définition :

Une équation produit nul est une équation du type $A \times B = 0$ où les facteurs A B sont des



Propriété :

Si un produit de facteurs est nul, alors



Méthode : Pour résoudre une équation produit nul $A \times B = 0$:

- On identifie les deux facteurs du produit A et B .
- On résout l'équation $A = 0$
- On résout l'équation $B = 0$
- Les solutions de $A \times B = 0$ sont toutes les solutions trouvées aux étapes précédentes.



Exercice : Résoudre l'équation $(3x - 2)(5 - 2x) = 0$

Résoudre l'équation $3y^2 - 6y = 0$ en factorisant le membre de gauche.

III. Résoudre une équation de la forme $x^2 = a$



Propriétés :

- Si $a > 0$ alors les solutions de l'équation $x^2 = a$ sont $\sqrt{a}$ $-\sqrt{a}$
- Si $a = 0$ alors la solution de l'équation $x^2 = a$ est **0**
- Si $a < 0$ alors l'équation $x^2 = a$



Exercice : Résoudre les équations :

$$\begin{aligned}x^2 &= 9 \\y^2 &= -4 \\0 &= z^2\end{aligned}$$

IV. Modéliser un problème par une équation



Méthode : Pour modéliser une situation par une équation et le résoudre :

- On identifie l'inconnue du problème (ce qu'on cherche) que l'on désigne par une lettre (en général x). Cette étape est parfois déjà faite dans l'énoncé.
- On identifie les deux éléments égaux de l'énoncé et on traduit cela par une équation
- On résout l'équation et on vérifie que la ou les solutions trouvées rendent bien l'égalité vraie et sont cohérentes (des longueurs ne peuvent pas être négatives, par exemple)
- On répond au problème par une phrase



Exercice :

Rémi, constructeur de piscine, doit construire une piscine avec une terrasse en bois rectangulaires, dont les plans sont ci-contre. Il a malheureusement tâché son plan et n'arrive plus à lire une des longueurs présente sur son plan. Cependant, il se souvient que la surface de la piscine est égale à la surface de la terrasse.

Quelle est la dimension manquante, en mètres ?

