

Trigonometrie

Compétences à acquérir	Auto-évaluation
Utiliser les lignes trigonométriques dans un triangle rectangle pour calculer des longueurs ou des mesures d'angles.	☆☆☆☆☆

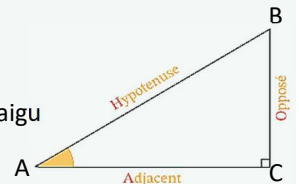
I. Relations trigonométriques dans le triangle rectangle



Vocabulaire :

Dans un triangle rectangle :

- L'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit, c'est aussi le côté le plus long.
- Le côté d'un angle aigu, qui n'est pas l'hypoténuse est appelé le côté **adjacent** à l'angle aigu
- Le côté non adjacent à l'angle aigu est appelé côté **opposé** à l'angle aigu.



Définitions :

Dans le triangle ABC rectangle en C, les rapports de longueur $\frac{CA}{AB}$, $\frac{CB}{AB}$, et $\frac{CB}{CA}$ ne dépendent que de la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$. Ainsi, on appelle :

- **Cosinus** d'un angle aigu le quotient $\frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$
- **Sinus** d'un angle aigu le quotient $\frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$
- **Tangente** d'un angle aigu le quotient $\frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle}}{\text{longueur du côté adjacent à l'angle}}$



Remarque :

Le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu sont des nombres sans unité.

Pour retenir les formules, tu peux retenir l'astuce mnémotechnique « CAH SOH TOA » :

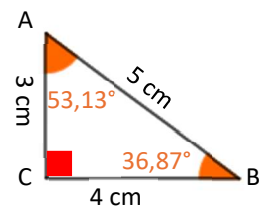
$$\cos(\text{angle}) = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}} \quad \sin(\text{angle}) = \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypoténuse}} \quad \tan(\text{angle}) = \frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}}$$



Exemple :

Dans le triangle ABC rectangle en C ci-contre, on peut affirmer que :

$$\begin{aligned} \cos(53,13^\circ) &= \frac{3}{5} \quad \sin(53,13^\circ) = \frac{4}{5} \quad \tan(53,13^\circ) = \frac{4}{3} \\ \cos(36,87^\circ) &= \frac{4}{5} \quad \sin(36,87^\circ) = \frac{3}{5} \quad \tan(36,87^\circ) = \frac{3}{4} \end{aligned}$$



Propriété :

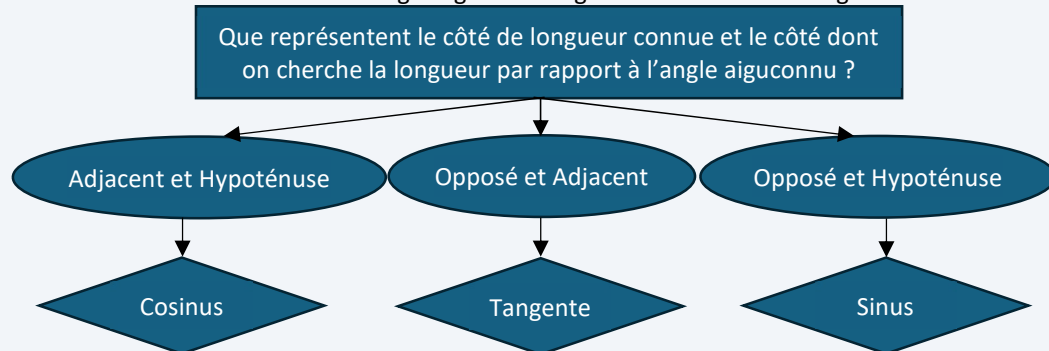
Le cosinus et le sinus d'un angle sont toujours compris **entre 0 et 1**.
(Attention : ce n'est pas forcément le cas pour la tangente !)

II. Déterminer les longueurs de côtés et des mesures d'angles dans un triangle rectangle

1. Déterminer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle



Méthode : Pour déterminer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle :
Il faut pour cela connaître la mesure d'un angle aigu et la longueur d'un côté du triangle.

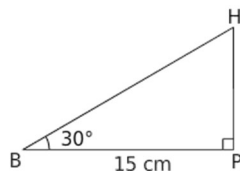


Point calculatrice : Attention, vérifie bien que ta calculatrice est en mode degré : le symbole $\square$ (Casio) ou **DEG** (Texas) apparaît en haut de l'écran !

	Calcul de $\cos 36^\circ$	Calcul de $\sin 75^\circ$	Calcul de $\tan 50^\circ$
Touches Casio			
Touches Texas			
Affichage calculatrice			
Trace écrite	$\cos 36^\circ \approx 0,81$	$\sin 75^\circ \approx 0,97$	$\tan 50^\circ \approx 1,91$



Exercice : Déterminer la longueur HB au millimètre près.



Correction :

Dans le triangle HPB rectangle en P, on a :

$$\cos(\widehat{HBP}) = \frac{BP}{BH}$$

$$\cos(30^\circ) = \frac{15}{BH}$$

$$BH = \frac{15}{\cos(30^\circ)}$$

$$BH \approx 17,3 \text{ cm}$$



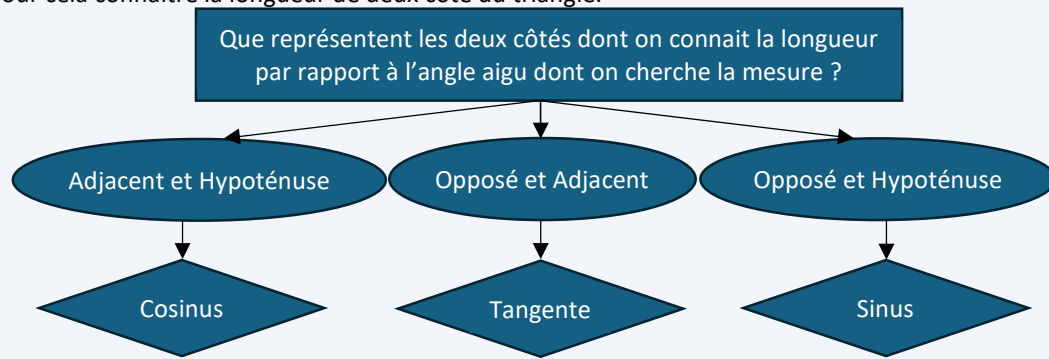
Remarque :

Si on connaît deux longueurs de côtés et qu'on cherche la longueur du troisième côté, dans un triangle rectangle, on peut utiliser le théorème de Pythagore !

2. Déterminer la mesure d'un angle aigu dans un triangle rectangle



Méthode : Pour déterminer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle :
Il faut pour cela connaître la longueur de deux côté du triangle.

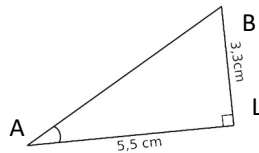


Point calculatrice : Attention, vérifie bien que ta calculatrice est en mode degré : le symbole $\square$ (Casio) ou **DEG** (Texas) apparaît en haut de l'écran !

	Calcul de $\widehat{ABC}$ tel que $\cos \widehat{ABC} = 0,3$	Calcul de $\widehat{ABC}$ tel que $\sin \widehat{ABC} = 0,6$	Calcul de $\widehat{ABC}$ tel que $\tan \widehat{ABC} = 0,8$
Touches Casio	SECONDE $\cos$ 0,3 $\rightarrow$ EXE	SECONDE $\sin$ 0,6 $\rightarrow$ EXE	SECONDE $\tan$ 0,8 $\rightarrow$ EXE
Touches Texas	2nde $\cos$ 0,3 $\rightarrow$ entrer	2nde $\sin$ 0,6 $\rightarrow$ entrer	2nde $\tan$ 0,8 $\rightarrow$ entrer
Affichage calculatrice	$\arccos(0,3)$ 72,54239688	$\arcsin(0,6)$ 36,86989765	$\arctan(0,8)$ 38,65980825
Trace écrite	$\widehat{ABC} \approx 73^\circ$	$\widehat{ABC} \approx 37^\circ$	$\widehat{ABC} \approx 39^\circ$



Exercice : Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BAL}$, dans le triangle BAL rectangle en L ci-dessous ? Arrondir au dixième près.



Correction :

Dans le triangle BAL rectangle en L, on a :

$$\tan(\widehat{BAL}) = \frac{BL}{AL}$$

$$\tan(\widehat{BAL}) = \frac{3,3}{5,5}$$

$$\widehat{BAL} = \arctan\left(\frac{3,3}{5,5}\right)$$

$$\widehat{BAL} \approx 31,0^\circ$$



Remarque :

Si on connaît mesures d'angle et qu'on cherche la mesure du troisième angle, on peut utiliser la propriété : « La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° » !